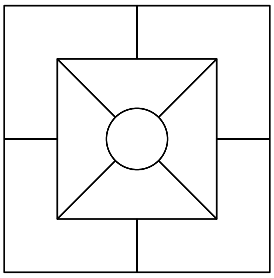
2016/2017
66. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z5*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 14. 11. 2016,
druhá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2016.*)

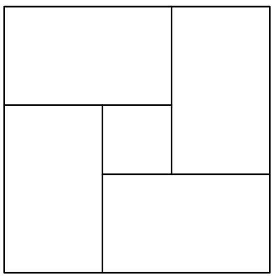
1. Zvonkohra na nádvorí hrá o každej celej hodine krátku skladbu, a to počínajúc 8. a končiac 22. hodinou. Skladieb je celkom osemnásť, o celej hodine sa hrá vždy iba jedna a po odohraní všetkých osemnástich sa začína v rovnakom poradí znova. Oľga a Ľuboš boli na nádvorí v pondelok o 15. hodine. Ten istý týždeň si prišli zvonkohru vypočuť ešte raz na poludnie, na ich sklamanie však hrala tá istá melódia, ktorú počuli v pondelok. Ktorý deň bola Oľga s Ľubošom na nádvorí druhý raz? (*Libor Šimůnek*)

2. V každom z rohových políčok vonkajšieho štvorca má byť napísané jedno z čísel 2, 4, 6 a 8, pričom v rôznych políčkach majú byť rôzne čísla. V štyroch políčkach vnútorného štvorca majú byť súčiny čísel zo susediacich políčok vonkajšieho štvorca. V kruhu má byť súčet čísel zo susediacich políčok vnútorného štvorca. Ktoré čísla môžu byť napísané v kruhu? Určte všetky možnosti. (*Monika Dillingerová*)



Obr. 1

3. Na obrázku je štvorcová dlaždica so stranou dĺžky 10 dm, ktorá je zložená zo štyroch zhodných obdĺžnikov a malého štvorca. Obvod malého štvorca je päťkrát menší ako obvod celej dlaždice. Určte rozmery obdĺžnikov. (*Karel Pazourek*)



Obr. 2

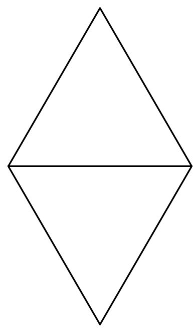
4. Predavač vianočných stromčekov predával smriečky po 22 €, borovičky po 25 € a jedličky po 33 €. Ráno mal rovnaký počet smriečkov, jedličiek a borovíc. Večer mal všetky stromčeky predané a celkom za ne utŕžil 3 600 €. Koľko stromčekov v ten deň predavač predal? (*Marie Krejčová*)

5. Napíšte namiesto hviezdičiek cifry tak, aby súčet doplnených cifier bol nepárny a aby platila uvedená rovnosť:

$$42 \cdot {*}8 = 2{*}{*}{*}$$

(*Libuše Hozová*)

6. Jarka zostrojila dva zhodné rovnostranné trojuholníky ako na obrázku. Ďalej chce zostrojiť všetky kružnice, ktoré budú mať stred v niektorom z vrcholov a budú prechádzať niektorým iným vrcholom niektorého z trojuholníkov. Zostrojte a spočítajte všetky kružnice vyhovujúce Jarkiným požiadavkám. (*Karel Pazourek*)



Obr. 3

2016/2017
66. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2016, druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2017.*)

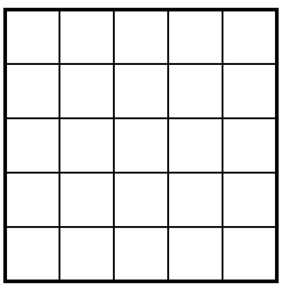
1. Jana a Dávid trénujú sčítanie desatinných čísel tak, že každý z nich napíše jedno číslo, a tieto dve čísla potom sčítajú. Posledný príklad im vyšiel 11,11. Dávidovo číslo malo pred desatinnou čiarkou rovnaký počet cifier ako za ňou, Janino číslo tiež. Dávidovo číslo bolo zapísané navzájom rôznymi ciframi, Janino číslo malo práve dve cifry rovnaké. Určte najväčšie možné číslo, ktoré mohol napísať Dávid. (*Michaela Petrová*)

2. Pán Kockorád vlastnil záhradu obdĺžnikového tvaru, na ktorej postupne dláždil chodníky z jednej strany na druhú. Chodníky boli rovnako široké, križovali sa na dvoch miestach a už vydláždená plocha sa pri ďalšom dláždení preskakovala. Keď pán Kockorád vydláždil chodník rovnobežný s dlhšou stranou, spotreboval $228\,\mathrm{m}^2$ dlažby. Potom vydláždil chodník rovnobežný s kratšou stranou a spotreboval $117\,\mathrm{m}^2$ dlažby. Nakoniec vydláždil ešte jeden chodník rovnobežný s prvým chodníkom, tentoraz spotreboval len $219\,\mathrm{m}^2$ dlažby. Určte rozmery Kockorádovej záhrady. (*Michaela Petrová*)

3. Mnohonožka Mirka pozostáva z hlavy a niekoľkých článkov, na každom článku má jeden pár nôh. Keď sa ochladilo, rozhodla sa, že sa oblečie. Preto si na treťom článku od konca a potom na každom ďalšom treťom článku obliekla ponožku na ľavú nôžku. Podobne si na piatom článku od konca a potom na každom ďalšom piatom článku obliekla ponožku na pravú nôžku. Napokon zistila, že na 14 článkoch jej zostali obe nohy bosé. Zistite, koľko celkom nôh mohla mať mnohonožka Mirka; určte všetky možnosti. (*Erika Novotná*)

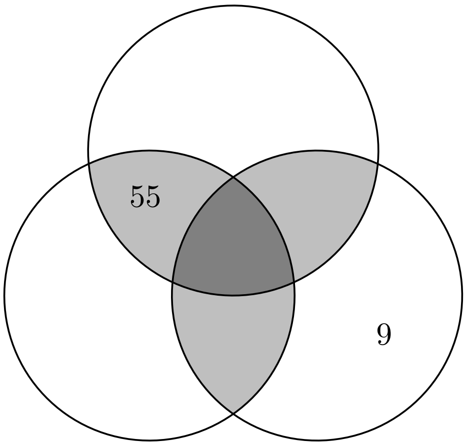
4. Štyri rodiny boli na spoločnom výlete. V prvej rodine boli traja súrodenci, a to Alica, Betka a Cyril. V druhej rodine boli štyria súrodenci, a to Dávid, Erika, Filip a Gabika. V tretej rodine boli dvaja súrodenci, a to Hugo a Iveta. Vo štvrtej rodine boli traja súrodenci, a to Ján, Karol a Lukáš. Cestou sa deti rozdelili na skupiny tak, že v každej skupine boli všetky deti s rovnakým počtom bratov a nikto iný. Ako sa mohli deti rozdeliť? Určte všetky možnosti. (*Veronika Hucíková*)

5. Juro si nakreslil štvorcovú sieť s 25 štvorčekmi, pozri obrázok. Potom chcel každý štvorček vyfarbiť tak, aby rovnako vyfarbené štvorčeky nemali spoločný žiadny vrchol. Koľko najmenej farieb musel Juro použiť? (*Monika Dillingerová*)



Obr. 1

6. Do prázdnych políčok v nasledujúcom obrázku doplňte celé čísla väčšie ako 1 tak, aby v každom tmavšom políčku bol súčin čísel zo susedných svetlejších políčok.



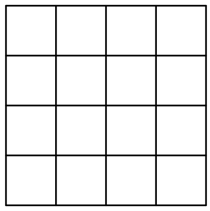
Obr. 2

(*T. Salčák*)

2016/2017
66. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2016,*
druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2017.)

1. Štvorec so stranou 4 cm je rozdelený na štvorčeky so stranou 1 cm ako na obrázku. Rozdeľte štvorec pozdĺž vyznačených čiar na dva útvary s obvodom 16 cm. Nájdite aspoň tri rôzne riešenia (tzn. také tri riešenia, aby žiadny útvar jedného riešenia nebol zhodný so žiadnym útvarom iného riešenia). (*Veronika Hucíková*)



Obr. 1

2. Na lyžiarske sústredenie prišli 4 kamaráti zo 4 svetových strán a viedli nasledujúci rozhovor.

Karol: „Neprišiel som zo severu ani z juhu."

Mojmír: „Zato ja som prišiel z juhu."

Jozef: „Prišiel som zo severu."

Zdeno: „Ja som z juhu neprišiel."

Vieme, že jedna výpoveď nie je pravdivá. Určte, ktorá to je. Kto teda prišiel zo severu a kto z juhu? (*Marta Volfová*)

3. Anička má 5 €, Anežka má 4,60 € a za všetky peniaze chcú kúpiť zákusky na rodinnú oslavu. Rozhodujú sa medzi tortičkami a veterníkmi: veterník je o 0,40 € drahší ako tortička a tortičiek by sa dalo za všetky peniaze kúpiť o tretinu viac ako veterníkov. Koľko stojí každý zo zákuskov? (*Marta Volfová*)

4. Napíšte namiesto hviezdičiek cifry tak, aby nasledujúci zápis súčinu dvoch čísel bol platný:

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & & & & * & * & * \\
\cdot & & & & * & * & * \\
\hline
 & & & * & * & * & * \\
 & & 4 & 9 & 4 & 9 & \\
 & & * & * & * & & \\
\hline
 & * & * & * & 4 & * & *
\end{array}
$$

(*Libuše Hozová*)

5. Daný je trojuholník ABC so stranami $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 10$ cm a s uhlom ABC o veľkosti $120°$. Narysujte všetky body X také, aby platilo, že trojuholník BCX je rovnoramenný a súčasne trojuholník ABX je rovnoramenný so základňou AB. (*Eva Semerádová*)

6. Určte, pre koľko prirodzených čísel väčších ako 900 a menších ako 1 001 platí, že ciferný súčet ciferného súčtu ich ciferného súčtu je rovný 1. (*Eva Semerádová*)

2016/2017
66. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2016,
druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2017.*)

1. Tri kamarátky veveričky spolu vyrazili na zber lieskových orieškov. Ryšavka ich našla dvakrát viac ako Pizizubka a Uška dokonca trikrát viac ako Pizizubka. Cestou domov sa zhovárali a pritom lúskali a jedli svoje oriešky. Pizizubka zjedla polovicu všetkých orieškov, ktoré nazbierala, Ryšavka tretinu všetkých svojich orieškov a Uška štvrtinu tých svojich. Doma veveričky zistili, že im dokopy zvýšilo 196 orieškov. Koľko orieškov našla každá z veveričiek? (*Michaela Petrová*)

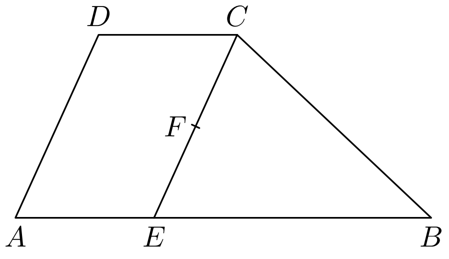
2. Na každej stene pravidelného osemstena je napísané jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8, pričom na rôznych stenách sú rôzne čísla. Pre každú stenu Jaro určil súčet čísla na nej napísaného s číslami troch susedných stien. Takto dostal osem súčtov, ktoré tiež sčítal. Aké hodnoty môže tento výsledný súčet nadobúdať? (*Jaroslav Zhouf*)

3. Pri streľbe z luku sa okrem iného sleduje výkonnosť strelca. Tá sa počíta tak, že sa zo všetkých pokusov odoberie jeden najlepší a jeden najhorší a z hodnotenia zvyšných sa spočíta aritmetický priemer. Kamaráti Peter, Juraj, Michal a Zdeno strieľali po jednom šípe v štyroch kolách. Každá strela bola hodnotená celým číslom od 0 do 10. V každom kole bol súčet hodnotení všetkých chlapcov 32 bodov, ale ani v jednom kole nemali žiadni dvaja chlapci rovnaké hodnotenie. V nasledujúcej tabuľke sú vyplnené iba niektoré údaje z uvedeného zápasu, doplňte tie chýbajúce.

	1. kolo	2. kolo	3. kolo	4. kolo	výkonnosť
Peter				5	10
Juraj			9	10	7,5
Michal			5		8
Zdeno					8,5
celkom	32	32	32	32	–

(*Monika Dillingerová*)

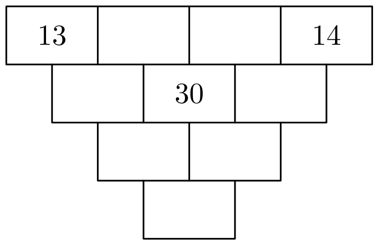
4. Lichobežník $ABCD$ je úsečkou CE rozdelený na trojuholník a rovnobežník, pozri obrázok. Bod F je stredom úsečky CE, priamka DF prechádza stredom úsečky BE a obsah trojuholníka CDE je $3\,\mathrm{cm}^2$. Určte obsah lichobežníka $ABCD$. (*Eva Semerádová*)



Obr. 1

5. Mamička doniesla 10 zákuskov troch druhov: kokosiek bolo menej ako laskoniek a najviac bolo karamelových kociek. Jozef si vybral dva zákusky rôznych druhov, Jakub urobil to isté a na Jána zvýšili iba zákusky rovnakého druhu. Koľko kokosiek, laskoniek a karamelových kociek mamička doniesla? (*Veronika Hucíková*)

6. Každá tehlička nasledujúcej pyramídy obsahuje jedno číslo. Kedykoľvek to je možné, je číslo v každej tehličke najmenším spoločným násobkom čísel z dvoch tehličiek ležiacich priamo na nej. Ktoré číslo môže byť v najspodnejšej tehličke? Určte všetky možnosti.



Obr. 2

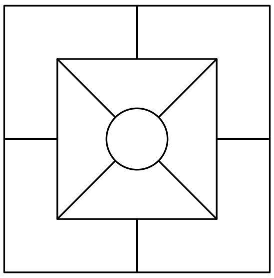
(*Alžbeta Bohiniková*)

2016/2017
66. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 14. 11. 2016,
druhá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2016.*)

1. Vo všetkých deviatich políčkach útvaru majú byť vyplnené prirodzené čísla tak, aby platilo:
- každé z čísel 2, 4, 6 a 8 je použité aspoň raz,
- štyri políčka vnútorného štvorca obsahujú súčiny čísel zo susediacich políčok vonkajšieho štvorca,
- v kruhu je súčet čísel zo susediacich políčok vnútorného štvorca.

Zistite, ktoré najmenšie a ktoré najväčšie číslo môže byť napísané v kruhu.

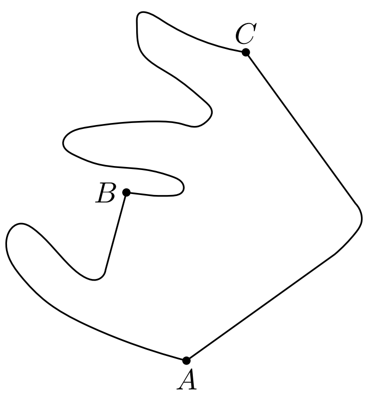


Obr. 1

(*Monika Dillingerová*)

2. Z bodu A do bodu C vedie náučný chodník prechádzajúci bodom B a inakadiaľ tiež červená turistická značka, pozri obrázok. Okrem toho sa dá použiť aj nezakreslená skratka dlhá 1 500 metrov začínajúca v A a ústiaca na náučnom chodníku. Vojtech zistil, že
- výlet z A po červenej do C a po náučnom chodníku späť do A je dlhý 7 700 metrov,
- výlet z B po náučnom chodníku do C a potom po červenej do A je dlhý 5 800 metrov,
- s využitím skratky je cesta z A do B dlhá 1 700 metrov,
- výlet z A po náučnom chodníku do C a späť do A najskôr po náučnom chodníku a potom po skratke je dlhý 8 800 metrov.

Určte dĺžku náučného chodníka z A do C. Pokiaľ zadanie pripúšťa viac odpovedí, uveďte všetky. (*Libor Šimůnek*)



Obr. 2

3. Júlii sa zakotúľala loptička do bazéna a plávala vo vode. Jej najvyšší bod bol 2 cm nad hladinou. Priemer kružnice, ktorú vyznačila hladina vody na povrchu loptičky, bol 8 cm. Určte priemer Júliinej loptičky. (*Libuše Hozová*)

4. Katka si myslela päťciferné prirodzené číslo. Do zošita napísala na prvý riadok súčet mysleného čísla a polovice mysleného čísla. Na druhý riadok napísala súčet mysleného čísla a pätiny mysleného čísla. Na tretí riadok napísala súčet mysleného čísla a deviatiny mysleného čísla. Nakoniec sčítala všetky tri zapísané čísla a výsledok napísala na štvrtý riadok. Potom s úžasom zistila, že na štvrtom riadku má zapísanú tretiu mocninu istého prirodzeného čísla. Určte najmenšie číslo, ktoré si Katka mohla myslieť na začiatku. (*Lucia Růžičková*)

5. Myšky si postavili podzemný domček pozostávajúci z komôrok a tunelčekov:

- každý tunelček vedie z komôrky do komôrky (tzn. žiadny nie je slepý),
- z každej komôrky vedú práve tri tunelčeky do troch rôznych komôrok,
- z každej komôrky sa dá tunelčekmi dostať do ktorejkoľvek inej komôrky,
- v domčeku je práve jeden tunelček taký, že jeho zasypaním sa domček rozdelí na dve oddelené časti.

Koľko najmenej komôrok mohol mať myší domček? Načrtnite, ako mohli byť komôrky pospájané. (*Alžbeta Bohiniková*)

6. Daná je úsečka AB dĺžky 12 cm, na ktorej je jednou stranou položený štvorec $MRAK$ so stranou dĺžky 2 cm, pozri obrázok. $MRAK$ sa postupne preklápa po úsečke AB, pričom bod R zanecháva na papieri stopu. Narysujte celú stopu bodu R, kým štvorec neobíde úsečku AB z oboch strán a nevráti sa do svojej pôvodnej polohy. (*Monika Dillingerová*)

Obr. 3