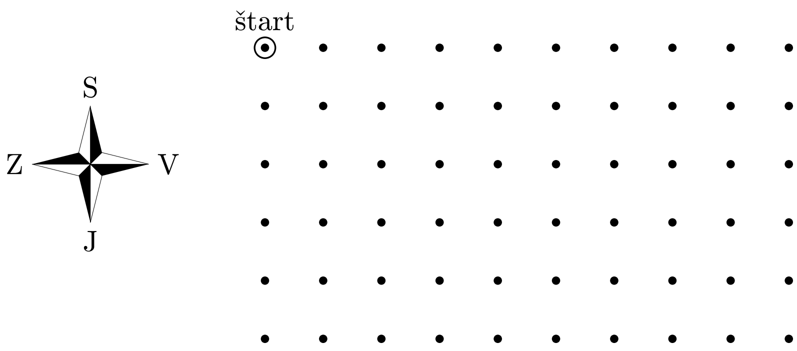
2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z5*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v piatok 14. 11. 2014,*
druhá trojica úloh v pondelok 15. 12. 2014.)

1. Chlapci si medzi sebou menili známky, guľôčky a loptičky. Za 8 guľôčok je 10 známok, za 4 loptičky je 15 známok. Koľko guľôčok je za jednu loptičku? (*Marie Krejčová*)

2. Žabí princ sa zúčastnil skokanskej súťaže, pri ktorej sa skákalo po kameňoch rozmiestnených ako na obr. 1. Bolo dovolené skákať len na najbližšie kamene východným alebo južným smerom. Každý skok na východ bol ocenený dvoma bodmi, každý skok na juh bol ocenený piatimi bodmi. Žabí princ získal 14 bodov. Určte všetky možné cesty, kadiaľ mohol skákať. (*Eva Patáková*)



Obr. 1

3. Z čísla 215 môžeme vytvoriť štvorciferné číslo tým, že medzi jeho cifry vpíšeme akúkoľvek ďalšiu cifru. Takto sme vytvorili dve štvorciferné čísla, ktorých rozdiel bol 120. Aké dve štvorciferné čísla to mohli byť? Určte aspoň jedno riešenie. (*Libor Šimůnek*)

4. Nájdite najväčšie číslo také, že

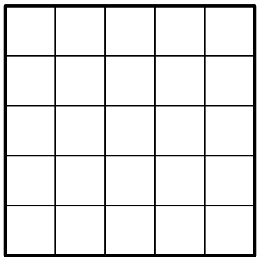
- žiadna cifra sa v ňom neopakuje,
- súčin každých dvoch cifier je nepárny,
- súčet všetkých cifier je párny.

(*Martin Mach*)

5. Na obr. 2 je štvorec rozdelený na 25 štvorčekov. Vyfarbite štvorčeky piatimi farbami tak, aby platilo:

- každý štvorček je vyfarbený jednou farbou,
- v žiadnom riadku ani v žiadnom stĺpci nie sú dva štvorčeky rovnakej farby,
- na žiadnej z oboch uhlopriečok nie sú dva štvorčeky rovnakej farby,
- žiadne dva rovnako zafarbené štvorčeky sa nedotýkajú stranou ani vrcholom.

(*Michaela Petrová*)

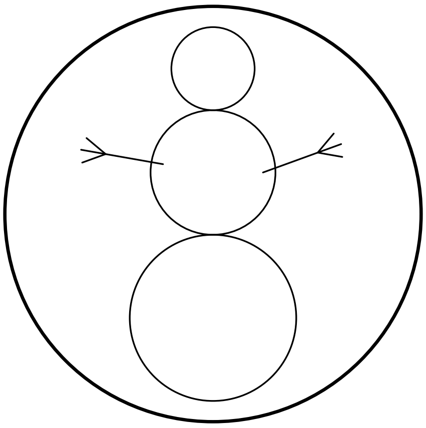


Obr. 2

6. Na medaile, ktorá má tvar kruhu s priemerom 20 cm, je narysovaný snehuliak tak, že sú splnené nasledujúce požiadavky:

- snehuliak je zložený z troch kruhov ako na obr. 3,
- priemery všetkých kruhov vyjadrené v cm sú celočíselné,
- priemer každého väčšieho kruhu je o 2 cm väčší ako priemer kruhu predchádzajúceho.

Určte výšku čo najväčšieho snehuliaka s uvedenými vlastnosťami. (*Lenka Dedková*)

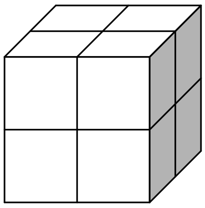


Obr. 3

2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 15. 12. 2014,*
druhá trojica úloh v piatok 27. 2. 2015.)

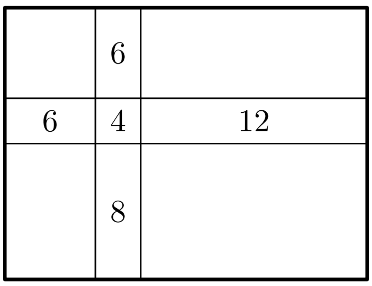
1. Erika a Peter dostali kocku, ktorá mala každú stenu rozdelenú na štyri rovnaké štvorce, pozri obr. 1. Peter tvrdil, že sa dajú do všetkých štvorcov vpísať čísla 1 alebo 2 tak, aby na každej zo šiestich stien bol iný súčet. Erika naopak tvrdila, že to možné nie je. Rozhodnite, kto z nich mal pravdu. (*Erika Novotná*)



Obr. 1

2. Janíčko a Walter zbierali autíčka. Walter mal autíčka uložené v skrinke na troch poličkách. Najviac autíčok stálo na hornej poličke, na prostrednej ich bolo o tri menej ako na hornej a na spodnej poličke ich bolo o tri menej ako na prostrednej. Pritom na jednej z týchto poličiek bolo 15 autíčok. Keď si Janíčko zbierku prezrel, povedal Walterovi: „Myslel som si, že keď mám viac ako 20 autíčok, tak ich mám veľa. Teraz ale vidím, že ty máš dvakrát viac autíčok ako ja!“ Koľko autíčok mal vo svojej zbierke Janíčko? (*Libuše Hozová*)

3. Pán Karfiól má obdĺžnikovú záhradu rozdelenú na 9 pravouholníkových záhonov ako na obr. 2. Pri piatich záhonoch sú zapísané veľkosti ich obvodov v metroch. Určte obvod celej záhrady pána Karfióla. (*Libuše Hozová*)



Obr. 2

4. Katka, Barbora a Adela sa dohadovali, ktoré dvojciferné číslo je najkrajšie. Katka vravela, že to je to jej, pretože je deliteľné štyrmi, a keď ho napíše pospiatky, dostane iné dvojciferné číslo, ktoré je tiež deliteľné štyrmi. Barbora tvrdila, že je to určite to jej, pretože jedna z jeho cifier je násobkom druhej. Adela o svojom obľúbenom čísle prezradila, že sa dá rozložiť na súčin štyroch prvočísel. Nakoniec kamarátky zistili, že hovoria všetky o tom istom čísle. Určte, ktoré číslo to bolo. (*Lenka Dedková*)

5. Určte, koľko rôznych riešení má nasledujúci algebrogram. Každé písmeno zodpovedá jednej cifre od 0 do 5, rôzne písmená zodpovedajú rôznym cifrám, rovnaké rovnakým.

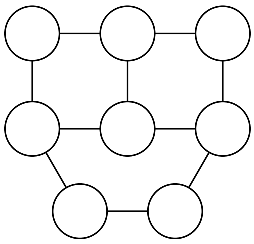
$$\begin{array}{r} KOSA \\ SAKO \\ \hline BABA \end{array}$$

(*Karel Pazourek*)

6. Skauti na výlete hrali hru. V lese bolo rozmiestnených 8 stanovísk prepojených špagátmi tak, ako na obr. 3. Na každom stanovisku sa vydávalo jedno písmenko, prípadne pomlčka. Stanoviská sa dajú pozdĺž špagátov prebehnúť tak, že získané znaky tvoria reťazec

ANANAS–KOKOS–MANGO.

Priraďte jednotlivým stanoviskám zodpovedajúce znaky. (*Martin Mach*)



Obr. 3

2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7*

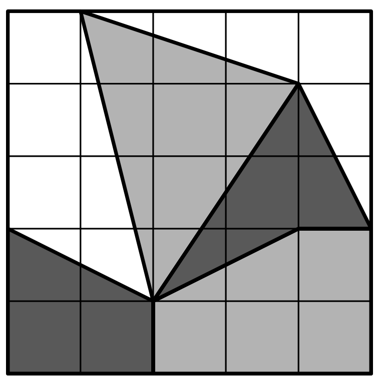
(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 15. 12. 2014, druhá trojica úloh v piatok 27. 2. 2015.*)

1. Ľuboš, Martin a ich kamarátka Erika šetria na hračku. Ľuboš a Martin prispeli do spoločnej pokladničky rovnakým množstvom eur, Erika prispela inou sumou. Keby Erika prispela len tretinou z toho, čo do pokladničky dodala, celkom by mali polovicu zo sumy, ktorá je v pokladničke teraz. Koľkokrát viac eur do pokladničky dodala Erika ako Ľuboš? (*Eva Patáková*)

2. Lenka sa bavila tým, že vyťukávala na kalkulačke čísla. Používala iba cifry od 2 do 9 (obr. 1) a čoskoro si všimla, že niektoré zápisy boli osovo súmerné. Určte počet všetkých nanajvýš trojciferných čísel s uvedenými vlastnosťami. (*Lenka Dedková*)

Obr. 1

3. Podľa projektu bude dno bazénu pokryté kamienkami troch farieb tak, ako ukazuje obr. 2 (dno je navyše rozdelené na 25 zhodných pomocných štvorcov). Cena kamienkov na jednotku plochy sa pri jednotlivých farbách líši. Projektant počítal cenu kamienkov použitých na takto pokryté dno a na jeho prekvapenie sa za každý druh kamienkov utratí rovnaká suma. Ďalej spočítal, že keby celú plochu pokryl tými najlacnejšími kamienkami, boli by náklady 1 700 €. Zistite, aké by boli náklady, keby celé dno nechal pokryť tými najdrahšími kamienkami. (*Libor Šimůnek*)



Obr. 2

4. Body N, O, P a Q sú vzhľadom na trojuholník KLM zadané nasledujúcim spôsobom:

- body N a O sú postupne stredy strán KM a KL,
- vrchol M je stredom úsečky NP,
- bod Q je priesečníkom priamok LM a OP.

Určte, aký je pomer dĺžok úsečiek MQ a ML. (*Libuše Hozová*)

5. Na starom hrade býva drak a väzní tam princeznú. Jano išiel princeznú oslobodiť, na hrade objavil troje dvier s nasledujúcimi nápismi.

I: „Jaskyňa za dverami III je prázdna."
II: „Princezná je v priestore za dverami I."
III: „Pozor! Drak je v jaskyni za dverami II."

Dobrá víla Janovi prezradila, že na dverách, za ktorými je princezná, je nápis pravdivý, pri drakovi je nepravdivý a na dverách prázdnej jaskyne môže byť napísaná pravda aj lož. Jano má na oslobodenie princeznej iba jeden pokus. Ktoré dvere má otvoriť? (*Marta Volfová*)

6. Matej má dve kartičky, na každú z nich napísal jedno dvojciferné číslo. Ak zaradí menšie číslo za väčšie, dostane štvorciferné číslo, ktoré je deliteľné štyrmi a deviatimi. Ak zaradí naopak väčšie číslo za menšie, dostane štvorciferné číslo, ktoré je deliteľné piatimi a šiestimi. Koľko dvojíc kartičiek mohol Matej vyrobiť tak, aby platili vyššie uvedené podmienky? Určte všetky možnosti. (*Michaela Petrová*)

2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 15. 12. 2014,*
druhá trojica úloh v piatok 27. 2. 2015.)

1. Písmenkový logik je hra pre dvoch hráčov, ktorá má nasledujúce pravidlá:

1. Prvý hráč si myslí slovo zložené z piatich písmen, v ktorom sa žiadne písmeno neopakuje.
2. Druhý hráč napíše nejaké slovo z piatich písmen.
3. Prvý hráč odpovie dvoma číslami – prvé číslo udáva, koľko písmen napísaného slova sa zhoduje s mysleným slovom, t. j. stoja zároveň na správnom mieste; druhé číslo udáva, koľko písmen napísaného slova je obsiahnutých v myslenom slove, ale nestoja na správnom mieste.
4. Kroky 2 a 3 sa opakujú, kým druhý hráč myslené slovo neuhádne.

Záznam jednej hry dvoch kamarátov vyzeral nasledovne:

SONET	1	2
MUDRC	0	2
PLAST	0	2
KMOTR	0	4
ATOLY	1	1
DOGMA	0	2

V nasledujúcom ťahu bolo myslené slovo uhádnuté. Určte, ktoré slovo to bolo.
(*Marta Volfová*)

2. Súčet všetkých deliteľov istého nepárneho čísla je 78. Určte, aký je súčet všetkých deliteľov dvojnásobku tohto neznámeho čísla. (*Karel Pazourek*)

3. V lichobežníku $KLMN$ platí, že

- strany KL a MN sú rovnobežné,
- úsečky KL a KM sú zhodné,
- úsečky KN, NM a ML sú navzájom zhodné.

Určte veľkosť uhla KNM. (*Libuše Hozová*)

4. Adam má plnú krabicu guľôčok, ktoré sú veľké alebo malé, čierne alebo biele. Pomer počtu veľkých a malých guľôčok je 5 : 3. Medzi veľkými guľôčkami je pomer počtu čiernych a bielych guľôčok 1 : 2, medzi malými guľôčkami je pomer počtu čiernych a bielych 1 : 8. Aký je pomer počtu všetkých čiernych a všetkých bielych guľôčok? (*Michaela Petrová*)

5. Priemer známok, ktoré mali na vysvedčení žiaci 8.A z matematiky, je presne 2,45. Ak by sme nepočítali jednotku a trojku súrodencov Michala a Aleny, ktorí do triedy prišli pred mesiacom, bol by priemer presne 2,5. Určte, koľko žiakov má 8.A. (*Monika Dillingerová*)

6. Pejko dostal od svojho pána kváder zložený z navzájom rovnakých kociek cukru, ktorých bolo najmenej 1 000 a nanajvýš 2 000. Pejko kocky cukru odjedal po jednotlivých vrstvách – prvý deň odjedol jednu vrstvu spredu, druhý deň jednu vrstvu sprava a tretí deň jednu vrstvu zhora. Pritom v týchto troch vrstvách bol zakaždým rovnaký počet kociek. Zistite, koľko kociek mohol mať darovaný kváder. Určte všetky možnosti. (*Erika Novotná*)

2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9*

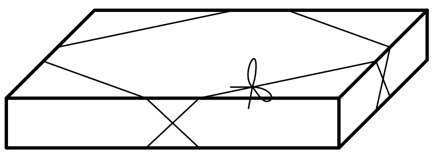
(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v piatok 14. 11. 2014,*
druhá trojica úloh v pondelok 15. 12. 2014.)

1. Milena nazbierala do košíka posledné spadnuté orechy a zavolala na partiu chlapcov, nech sa o ne podelia. Dala im ale podmienku: prvý si vezme 1 orech a desatinu zvyšku, druhý si vezme 2 orechy a desatinu nového zvyšku, tretí si vezme 3 orechy a desatinu ďalšieho zvyšku a tak ďalej. Takto sa podarilo rozobrať všetky orechy a pritom každý dostal rovnako veľa. Určte, koľko Milena nazbierala orechov a koľko sa o ne delilo chlapcov. (*Marta Volfová*)

2. Lenka sa bavila tým, že vyťukávala na kalkulačke čísla, pričom používala iba cifry od 2 do 9 (obr. 1). Zápisy niektorých čísel mali tú vlastnosť, že ich obraz v osovej alebo stredovej súmernosti bol opäť zápisom nejakého čísla. Určte počet všetkých nanajvýš trojciferných čísel s uvedenými vlastnosťami. (*Lenka Dedková*)

Obr. 1

3. Darček je zabalený do krabice, ktorej rozmery v cm sú $40 \times 30 \times 6$. Krabica je previazaná špagátom ako na obr. 2. Určte, koľko najmenej cm špagátu je treba na previazanie krabice, ak na uzol a mašľu stačí 20 cm. (*Marie Krejčová*)



Obr. 2

4. Peter, Martin a Juro triafali do zvláštneho terča, ktorý mal iba tri políčka s hodnotami 12, 18 a 30 bodov. Všetci chlapci hádzali rovnakým počtom šípok, všetky šípky trafili do terča a výsledky každých dvoch chlapcov sa líšili v jedinom hode. Petrov priemerný bodový výsledok bol o dva body lepší ako Martinov a ten bol o jeden bod lepší ako priemer Jurov. Určte, koľkými šípkami hádzal každý z chlapcov. (*Erika Novotná*)

5. Jaro si kúpil nové nohavice, ale boli príliš dlhé. Ich dĺžka bola vzhľadom k Jarovej výške v pomere $5 : 8$. Mamička mu nohavice skrátila o 4 cm, čím sa pôvodný pomer zmenšil o 4 %. Určte, aký vysoký je Jaro. (*Libuše Hozová*)

6. Neznáme číslo je deliteľné práve tromi rôznymi prvočíslami. Keď tieto prvočísla zoradíme vzostupne, platí nasledujúce:

- Rozdiel druhého a prvého prvočísla je polovicou rozdielu tretieho a druhého prvočísla.
- Súčin rozdielu druhého a prvého prvočísla s rozdielom tretieho a druhého prvočísla je násobkom 17.

Určte najmenšie číslo, ktoré má všetky vyššie uvedené vlastnosti. (*Karel Pazourek*)