

2013/2014
63. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z5

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v piatok 15. 11. 2013,
druhá trojica úloh v stredu 11. 12. 2013.)

1. Medzi dvoma tyčami je napnutá šnúra dlhá 3,8 m, na ktorú chce mamička zavesiť vypraté vreckovky. Všetky vreckovky majú tvar štvorca so stranou 40 cm. Na šnúre však už visia dve vreckovky rovnakého tvaru od susedky a tie chce mamička nechať na svojich miestach. Pritom ľavý roh jednej z týchto vreckoviek je 60 cm od ľavej tyče a ľavý roh tej druhej je 1,3 m od pravej tyče. Koľko najviac vreckoviek môže mamička na šnúru zavesiť? Vreckovky sa vešajú natiahnuté za oba rohy tak, aby sa žiadne dve neprekrývali. (Martin Mach)

2. Vojto má dve rovnaké sklíčka tvaru rovnostranného trojuholníka, ktoré sa líšia iba svojou farbou – jedno je červené, druhé modré. Keď sa sklíčka položia cez seba, vznikne útvar fialovej farby. Uvedte príklad prekryvania sklíčok, pri ktorom mohol Vojto dostať:

1. fialový trojuholník,
2. fialový štvoruholník,
3. fialový päťuholník,
4. fialový šesťuholník.

(Erika Novotná)

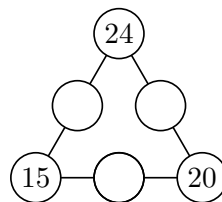
3. Palindróm je také číslo, ktoré je rovnaké, či už ho čítame spredu alebo zozadu. (Napr. číslo 1881 je palindróm.) Nájdite taký dvojciferný a trojciferný palindróm, aby ich súčet bol štvorciferný palindróm. (Marta Volfová)

4. Eve sa páčia čísla deliteľné šiestimi, Zdenke čísla obsahujúce aspoň jednu šestku a Jane čísla, ktorých ciferný súčet je 6.

1. Ktoré dvojciferné čísla sa páčia všetkým trom dievčatám?
2. Ktoré dvojciferné čísla sa dvom dievčatám páčia, ale jednej sa nepáčia?

(Michaela Petrová)

5. Doplníte do prázdnych krúžkov na obr. 1 prirodzené čísla tak, aby súčet čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký a aby súčet všetkých šiestich čísel bol 100. (Libor Šimůnek)



Obr. 1

6. Recepčná v hoteli si vykladala karty a dostala nasledujúcu postupnosť:

5, 9, 2, 7, 3, 6, 8, 4.

Presunula dve susedné karty na iné miesto tak, že táto dvojica opäť susedila, a to v rovnakom poradí. Tento krok urobila celkom trikrát, kým neboli karty usporiadané vzostupne podľa svojej hodnoty. Zistite, ako recepčná postupovala. (Libuše Hozová)

2013/2014

63. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6

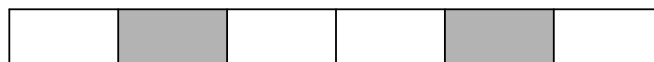
(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v stredu 11. 12. 2013,
druhá trojica úloh v pondelok 24. 2. 2014.)

1. V továrni na výrobu plyšových hračiek majú dva stroje. Prvý vyrobí štyroch zajacov za rovnaký čas, za ktorý vyrobí druhý päť medvedov. Aby bolo ich ovládanie jednoduchšie, oba stroje sa spúšťajú a vypínajú naraz spoločným vypínačom. Navyše sú stroje nastavené tak, že prvý po spustení najskôr vyrobí troch ružových zajacov, potom jedného modrého, potom zasa troch ružových atď. Druhý po spustení najskôr vyrobí štyroch modrých medvedov, potom jedného ružového, potom opäť štyroch modrých atď. Po istom čase bolo na týchto dvoch strojoch vyrobených celkom 220 modrých hračiek. Koľko bolo vtedy vyrobených ružových zajacov? (Michaela Petrová)

2. Juro, Mišo, Peter, Filip a Samo skákali do diaľky. Samo skočil 135 cm, Peter skočil o 4 cm viac ako Juro, Juro o 6 cm menej ako Mišo a Mišo o 7 cm menej ako Filip. Navyše Filipov skok bol presne v polovici medzi Petrovým a Samovým. Zistite, koľko cm skočili jednotliví chlapci. (Monika Dillingerová)

3. Koľko musíme napísať cifier, ak chceme vypísať všetky prirodzené čísla od 1 do 2013? (Marta Volfová)

4. Správne vyplnená tabuľka na obr. 1 má obsahovať šesť prirodzených čísel, pričom v každom sivom políčku má byť súčet čísel z dvoch bielych políčok, ktoré s ním susedia.



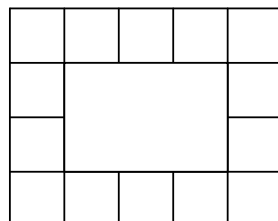
Obr. 1

Určte čísla správne vyplnenej tabuľky, ak viete, že súčet prvých dvoch čísel zľava je 33, súčet prvých dvoch čísel sprava je 28 a súčet všetkých šiestich čísel je 64.

(Libor Šimůnek)

5. Adam dostal od deda drevené kocky. Všetky boli rovnaké a mali hranu dlhú 4 cm. Rozhodol sa, že z nich bude stavať komíny, a to také:

- aby boli použité všetky kocky,
- aby komín pri pohľade zhora vyzeral ako „dutý obdĺžnik“ alebo „dutý štvorec“ ohraničený jedným radom kociek (podobne ako na obr. 2),
- aby ani v najvyššej vrstve žiadna kocka nechýbala.



Obr. 2

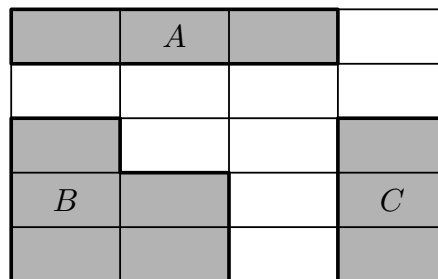
Adam zistil, že komín vysoký 16 cm, 20 cm aj 24 cm sa podľa týchto pravidiel určite dá z jeho kociek postaviť.

1. Aký najmenší počet kociek mohol Adam dostať od deda?
2. Aký vysoký je najvyšší komín, ktorý môže Adam s týmto najmenším počtom kociek postaviť podľa uvedených pravidiel?

(Michaela Petrová)

6. Na obr. 3 je sieť zložená z 20 zhodných obdĺžnikov, do ktorej sme zakreslili tri útvary a vyfarbili ich. Obdĺžnik označený písmenom *A* a šesťuholník označený písmenom *B* majú zhodné obvody, a to 56 cm. Vypočítajte obvod tretieho útvaru označeného písmenom *C*.

(Libor Šimůnek)



Obr. 3

2013/2014

63. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v stredu 11. 12. 2013,
druhá trojica úloh v pondelok 24. 2. 2014.)

1. Na lavičke v parku sedia vedľa seba Anička, Barborka, Cilka, Dominik a Edo. Anička má 4 roky, Edo má 10 rokov, súčin vekov Aničky, Barborky a Cilky je 140, súčin vekov Barborky, Cilky a Dominika je 280 a súčin vekov Cilky, Dominika a Eda je 560. Koľko rokov má Cilka? (Libuše Hozová)

2. K starej mame prišli na prázdniny vnuci – päť rôzne starých bratov. Stará mama im povedala, že pre nich má celkom 60 € ako vreckové, ktoré si majú rozdeliť tak, aby:

- najstarší dostal najviac,
- každý mladší dostal o určitú čiastku menej ako jeho starší vekom najbližší súrode-
nec,
- táto čiastka bola stále rovnaká,
- najmladší dostal sumu, ktorá sa dá vyplatiť v jedneurovkách a ktorá nie je menšia
ako 5 €, ale nie je väčšia ako 8 €.

Určte všetky možnosti, ako si mohli vnuci vreckové rozdeliť. (Marta Volfová)

3. Juro, Mišo, Peter, Filip a Samo skákali do diaľky. Samo skočil 135 cm, Peter skočil o 4 cm viac ako Juro a Mišo o 7 cm menej ako Filip. Navyše Filipov skok bol presne v polovici medzi tým Petrovým a Samovým a najkratší skok meral 127 cm. Zistite, koľko cm skočili jednotliví chlapci. (Monika Dillingerová)

4. V hostinci U troch prasiatok obsluhujú Pašík, Rašík a Sašík. Pašík je nečestný, takže každému hosťovi pripočíta k celkovej cene 6 grajciarov. Rašík je poctivec, každému vyúčtuje presne to, čo zjedol a vypil. Sašík je dobrák, takže každému hosťovi dá zľavu z celkovej ceny vo výške 20%. Prasiatka sa na seba tak podobajú, že žiadny hosť nepozná, ktoré práve obsluhuje. Koza Lujza zašla v pondelok, v utorok aj v stredu do tohto hostinca na čučoriedkovú buchtu. Napriek tomu, že vedela, že v pondelok bol Rašík chorý a neobsluhoval, utratila za svoju pondelkovú, utorkovú aj stredajšiu buchtu dokopy rovnako, ako keby ju vždy obsluhoval Rašík. Koľko grajciarov účtuje Rašík za jednu čučoriedkovú buchtu? Nájdite všetky možnosti. (Ceny uvádzané v jedálnom lístku sa v tieto dni nemenili.) (Michaela Petrová)

5. Mamička delí čokoládu, ktorá má 6×4 rovnakých dielikov, svojim trom deťom. Ako môže mamička čokoládu rozdeliť na práve tri časti s rovnakým obsahom tak, aby jeden útvar bol trojuholník, jeden štvoruholník a jeden päťuholník? (Erika Novotná)

6. Keď Cézár stojí na psej búde a Dunčo na zemi, je Cézár o 70 cm vyšší ako Dunčo. Keď Dunčo stojí na psej búde a Cézár na zemi, je Dunčo o 90 cm vyšší ako Cézár. Aká vysoká je psia búda? (Libuše Hozová)

2013/2014
63. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v stredu 11. 12. 2013,
druhá trojica úloh v pondelok 24. 2. 2014.)

1. Po okružnej linke v meste ide električka, v ktorej je 300 cestujúcich. Na každej zastávke sa odohrá jedna z nasledujúcich situácií:

- ak je v električke aspoň 7 cestujúcich, tak ich 7 vystúpi,
- ak je v električke menej ako 7 cestujúcich, tak 5 nových cestujúcich pristúpi.

Vysvetlite, prečo v istom okamihu v električke neostane žiadny cestujúci. Potom zistite, koľko by malo byť na začiatku v električke cestujúcich, aby sa električka nikdy nevyprázdnila.

(Ján Mazák)

2. Mamička delí čokoládu, ktorá má 6×4 rovnakých dielikov, svojim štyrom deťom. Ako môže mamička čokoládu rozdeliť na práve štyri časti s rovnakým obsahom tak, aby jeden útvar bol trojuholník, jeden štvoruholník, jeden päťuholník a jeden šesťuholník? (Erika Novotná)

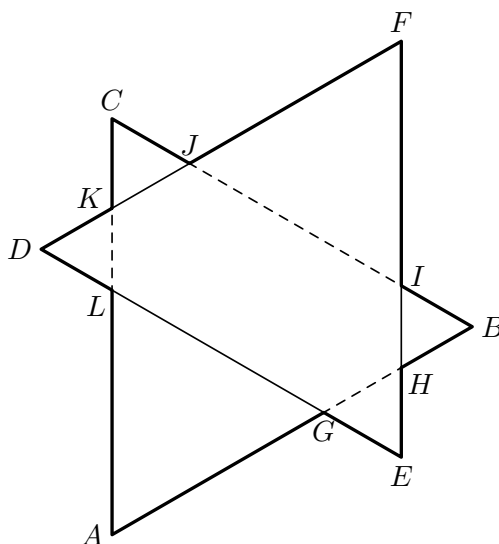
3. Zmeňte v každom z troch čísel jednu cifru tak, aby bol príklad na odčítanie bez chyby:

$$\begin{array}{r} 724 \\ - 307 \\ \hline 188 \end{array}$$

Nájdite všetky riešenia.

(Michaela Petrová)

4. Trojuholníky ABC a DEF sú rovnostranné s dĺžkou strany 5 cm. Tieto trojuholníky sú položené cez seba tak, aby strany jedného trojuholníka boli rovnobežné so stranami druhého a aby prienikom týchto dvoch trojuholníkov bol šesťuholník (na obr. 1 označený ako $GHIJKL$). Je



Obr. 1

možné určiť obvod dvanásťuholníka $AGEHBIFJCKDL$ bez toho, aby sme poznali presnejšie informácie o polohe trojuholníkov? Ak áno, spočítajte ho; ak nie, vysvetlite prečo.

(Eva Patáková)

5. Zákazník privážajúci odpad do zberných surovín je povinný zastaviť naloženým autom na váhe a po vykládke odpadu znova. Rozdiel nameraných hmotností tak zodpovedá privezenému odpadu. Pat a Mat spravili chybu. Pri vážení naloženého auta sa na váhu pripletol Pat a pri vážení vyloženého auta sa tam namiesto Pata ocitol Mat. Vedúci zberných surovín si tak zaznamenal rozdiel 332 kg. Následne sa na prázdnu váhu postavili spolu vedúci a Pat, potom samotný Mat a váha ukázala rozdiel 86 kg. Ďalej sa spolu zvážili vedúci a Mat, potom samotný Pat a váha ukázala rozdiel 64 kg. Koľko v skutočnosti vážil privezený odpad? (*Libor Šimůnek*)

6. V dome máme medzi dvoma poschodiami dve rôzne schodiská. Na každom z týchto schodísk sú všetky schody rovnako vysoké. Jedno zo schodísk má každý schod vysoký 10 cm, druhé má o 11 schodov menej ako to prvé. Behom dňa som išiel päťkrát nahor a päťkrát nadol, pričom som si medzi týmito dvoma schodiskami vyberal náhodne. Celkom som na každom zo schodísk zdolal rovnaký počet schodov. Aký je výškový rozdiel medzi poschodiami? (*Martin Mach*)

2013/2014

63. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v piatok 15. 11. 2013,
druhá trojica úloh v stredu 11. 12. 2013.)

1. Peter si myslí dvojčiferné číslo. Keď toto číslo napíše dvakrát za sebou, vznikne štvorciferné číslo deliteľné deviatimi. Keď to isté číslo napíše trikrát za sebou, vznikne šesťciferné číslo deliteľné ôsmimi. Zistite, aké číslo si môže Peter myslieť.

(Erika Novotná)

2. Daný je rovnoramenný lichobežník s dĺžkami strán $|AB| = 31$ cm, $|BC| = 26$ cm a $|CD| = 11$ cm. Na strane AB je bod E určený pomerom vzdialeností $|AE| : |EB| = 3 : 28$. Vypočítajte obvod trojuholníka CDE .

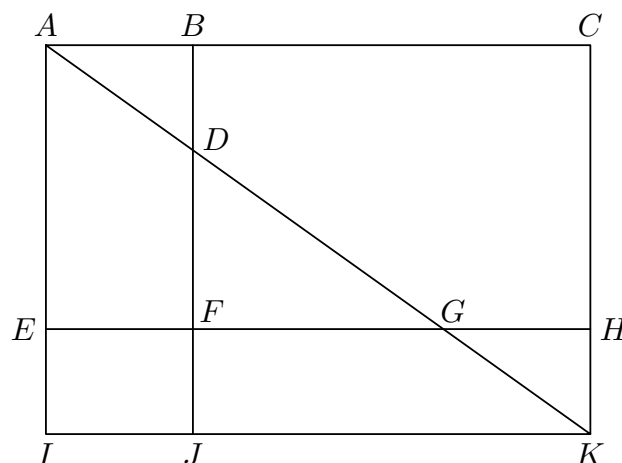
(Lenka Dedková)

3. Podlahu tvaru obdĺžnika so stranami 360 cm a 540 cm máme pokryť (bez medzier) zhodnými štvorcovými dlaždicami. Môžeme si vybrať z dvoch typov štvorcových dlaždíc, ktorých strany sú v pomere 2 : 3. V oboch prípadoch sa dá pokryť celá plocha jedným typom dlaždíc bez pílenia. Menších dlaždíc by sme potrebovali o 30 viac ako väčších. Určte, ako dlhé sú strany dlaždíc.

(Karel Pazourek)

4. V pravouholníku $ACKI$ sú vyznačené dve rovnobežky so susednými stranami a jedna uhlopriečka (obr. 1). Pritom trojuholníky ABD a GHK sú zhodné. Určte pomer obsahov pravouholníkov $ABFE$ a $FHKJ$.

(Vojtěch Žádník)



Obr. 1

5. Eva riešila experimentálnu úlohu Fyzikálnej olympiády. Dopoludnia od 9:15 robila v trojminútových odstupoch 4 merania. Získané hodnoty zapisovala do tabuľky, ktorú

si pripravila v počítači:

hodín	minút	hodnota
9	15	
9	18	
9	21	
9	24	

Popoludní v experimente pokračovala. Tentoraz urobila v trojminútových odstupoch 9 meraní a hodnoty zapisovala do podobnej tabuľky. Omylom do počítača zadala, aby sa zobrazil súčet deviatich čísel z prostredného stĺpca. Tento zbytočný výpočet vyšiel 258. Ktoré čísla boli v danom stĺpci? *(Libor Šimůnek)*

6. V hostinci U troch prasiatok obsluhujú Pašík, Rašík a Sašík. Pašík je nečestný, takže každému hosťovi pripočíta k celkovej cene 10 grajciarov. Rašík je poctivec, každému vyúčtuje presne to, čo zjedol a vypil. Sašík je dobrák, takže každému hosťovi dá zľavu z celkovej ceny vo výške 20%. Prasiatka sa na seba tak podobajú, že žiadny hosť nepozná, ktoré práve obsluhuje. Baránok Vendelín si v pondelok objednal tri koláčiky a džbánok džúsu a zaplatil za to 56 grajciarov. Bol spokojný, takže hneď v utorok zjedol päť koláčikov, vypil k nim tri džbány džúsu a platil 104 grajciarov. V stredu zjedol osem koláčikov, vypil štyri džbány džúsu a zaplatil 112 grajciarov.

1. Kto obsluhoval Vendelína v pondelok, kto v utorok a kto v stredu?
2. Koľko grajciarov účtuje Rašík za jeden koláčik a koľko za jeden džbánok džúsu?

(Všetky koláčiky sú rovnaké, rovnako tak všetky džbány džúsu. Ceny uvádzané v jedálnom lístku sa v uvedených dňoch nemenili.) *(Michaela Petrová)*