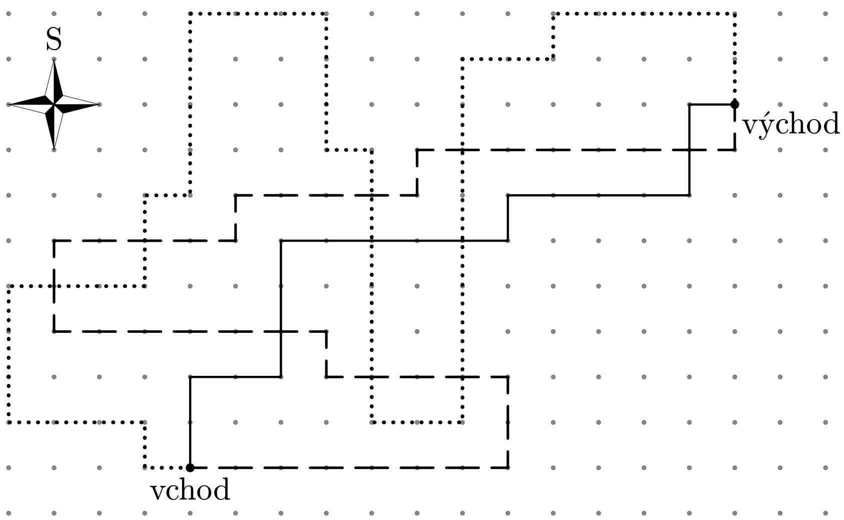
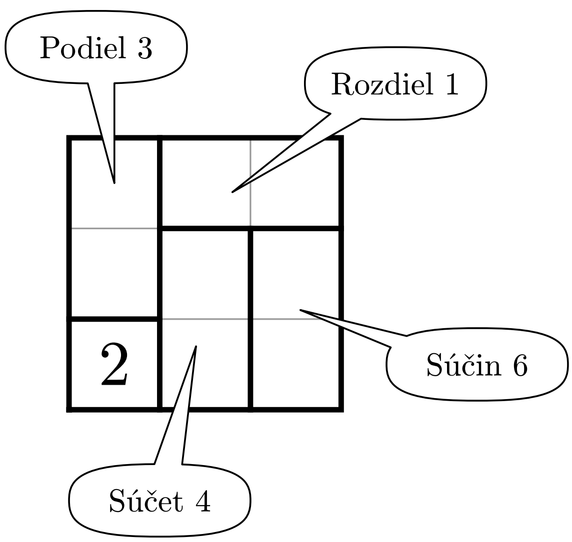
2011/2012
61. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z5*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 14. 11. 2011,*
druhá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2011.)

1. Traja kamaráti Pankrác, Servác a Bonifác išli cez prázdniny na nočnú prechádzku prírodným labyrintom. Pri vstupe dostal každý sviečku a vydal sa iným smerom ako zvyšní dvaja. Všetci traja labyrintom úspešne prešli, ale každý išiel inou cestou. V nasledujúcej štvorcovej sieti sú vyznačené ich cesty. Vieme, že Pankrác nikdy nešiel na juh a že Servác nikdy nešiel na západ. Koľko metrov prešiel v labyrinte Bonifác, keď vieme, že Pankrác prešiel presne 500 m? (*M. Petrová*)



2. Do každého nevyplneného štvorčeka doplňte číslo 1, 2 alebo 3 tak, aby v každom stĺpci a riadku bolo každé z týchto čísel práve raz a aby boli splnené dodatočné požiadavky v každej vyznačenej oblasti.

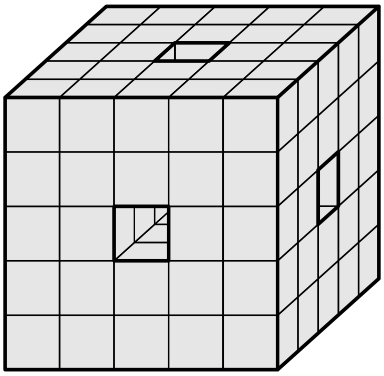


(Ak vo vyznačenej oblasti požadujeme určitý podiel, máme na mysli podiel, ktorý získame vydelením väčšieho čísla menším. Podobne pracujeme aj s rozdielom.)

(*S. Bednářová*)

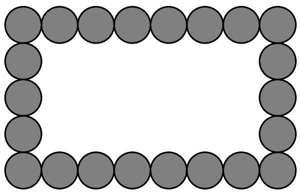
3. Julka pripravuje pre svoje kamarátky občerstvenie – chlebíčky. Natrie ich zemiakovým šalátom a navrch chce dať ešte prísady: šunku, tvrdý syr, plátok vajíčka a prúžok nakladanej papriky. Nechce však, aby niektoré dva chlebíčky obsahovali úplne rovnakú kombináciu prísad. Aký najväčší počet navzájom rôznych chlebíčkov môže nachystať, ak žiadny z nich nemá mať všetky štyri prísady a žiadny z nich nie je iba so šalátom (t. j. bez ďalších prísad)? (*M. Petrová*)

4. Na obrázku je nakreslená stavba zlepená z rovnako veľkých kociek. Stavba je vlastne veľká kocka s tromi rovnými tunelmi, ktorými sa dá pozerať skrz a ktoré majú všade rovnaký prierez. Z koľkých kociek je stavba zlepená? (*M. Krejčová*)



5. V rozprávke o siedmich zhavranených bratoch bolo sedem bratov, z ktorých každý sa narodil presne rok a pol po predchádzajúcom bratovi. Keď bol najstarší z bratov práve štyrikrát starší ako najmladší, matka všetkých bratov zakliala. Koľko rokov mali jednotliví bratia, keď ich matka zakliala? (*M. Volfová*)

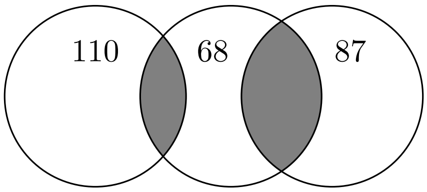
6. Janka a Hanka sa rady hrajú s modelmi zvieratiek. Hanka pre svoje kravičky postavila z uzáverov z PET fliaš obdĺžnikovú ohradu, pozri obrázok. Janka zo všetkých svojich uzáverov zložila pre ovečky ohradu tvaru rovnostranného trojuholníka. Potom ju rozobrala a postavila pre ne štvorcovú ohradu, takisto zo všetkých svojich uzáverov. Koľko mohla mať Janka uzáverov? Nájdite aspoň dve riešenia. (*M. Volfová*)



2011/2012
61. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6*

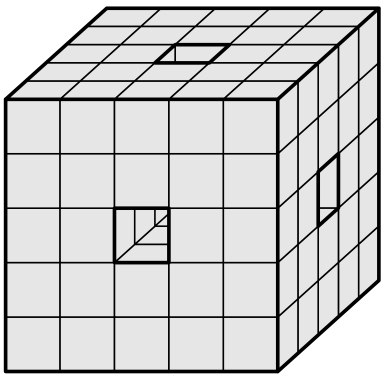
(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2011,
druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2012.*)

1. Mirka čistila fazuľu do polievky na papieri, ktorý vytiahla zo stolíka svojej sestry. Na papieri boli nakreslené tri rovnako veľké kruhy, v ktorých spoločné časti boli vyfarbené sivou pastelkou. Do bielych častí jednotlivých kruhov umiestnila toľko fazuliek, koľko je napísané na obrázku. Koľko fazuliek má umiestniť do sivých častí, aby bol v každom kruhu rovnaký počet fazuliek? (*L. Šimůnek*)

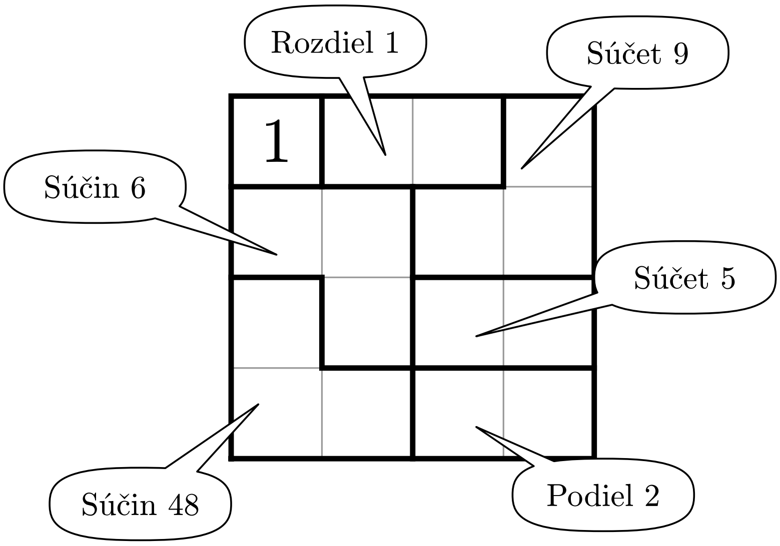


2. Do hračkárstva priviezli nové plyšové zvieratká: vážky, pštrosy a kraby. Každá vážka má 6 nôh a 4 krídla, každý pštros má 2 nohy a 2 krídla a každý krab má 8 nôh a 2 klepetá. Dohromady majú tieto privezené hračky 118 nôh, 22 krídiel a 22 klepiet. Koľko majú dohromady hláv? (*M. Petrová*)

3. Na obrázku je stavba zlepená z rovnakých kociek. Stavba je vlastne veľká kocka s tromi rovnými tunelmi, ktorými sa dá pozerať skrz a ktoré majú všade rovnaký prierez. Túto stavbu sme celú ponorili do farby. Koľko kociek, z ktorých je kocka zložená, má zafarbenú aspoň jednu stenu? (*M. Krejčová*)



4. Do každého nevyplneného štvorčeka doplňte číslo 1, 2, 3 alebo 4 tak, aby v každom stĺpci a riadku bolo každé z týchto čísel práve raz a aby boli splnené dodatočné požiadavky v každej vyznačenej oblasti.



(Ak vo vyznačenej oblasti požadujeme určitý podiel, máme na mysli podiel, ktorý získame vydelením väčšieho čísla menším. Podobne pracujeme aj s rozdielom.)

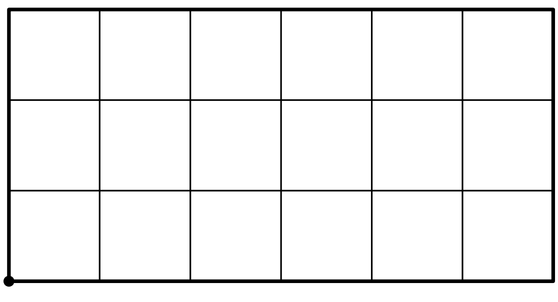
(*S. Bednářová*)

5. Ondro, Maťo a Kubo dostali na Vianoce od prarodičov každý jednu z nasledujúcich hračiek: veľké hasičské auto, vrtuľník na diaľkové ovládanie a stavebnicu Merkur. Bratranec Peťo doma hovoril:

„Ondro dostal to veľké hasičské auto. Želal si ho síce Kubo, ale ten ho nedostal. Maťo nemá v obľube stavebnice, takže Merkur nebol pre neho.“

Ukázalo sa, že Peťo sa dvakrát mýlil v informácii, kto dostal či nedostal daný darček a len raz povedal pravdu. Ako to teda s darčekmi bolo a kto teda dostal aký darček? (*M. Volfová*)

6. Marta, Libuška a Mária si vymysleli hru, ktorú by chceli hrať na obdĺžnikovom ihrisku zloženom z 18 rovnakých štvorcov, pozri obrázok. Na hru potrebujú ihrisko rozdeliť dvoma rovnými čiarami na tri rovnako veľké časti. Navyše tieto čiary musia obe prechádzať tým rohom ihriska, ktorý je na obrázku vľavo dole. Poraďte dievčatám, ako majú dokresliť čiary, aby sa mohli začať hrať. (*E. Trojáková*)



2011/2012
61. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7*

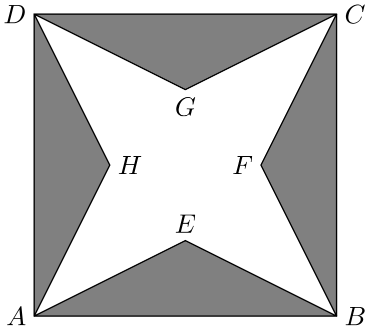
(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2011,*
druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2012.)

1. Trpaslíci chodia na vodu k potoku. Džbánik každého z trpaslíkov je inak veľký: majú objemy 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 litrov. Trpaslíci si džbániky medzi sebou nepožičiavajú a vždy ich prinesú úplne plné vody.

- Kýchal prinesie vo svojom džbániku viac vody ako Smejko.
- Spachtoš by musel ísť po vodu trikrát, aby priniesol práve toľko vody, koľko Plaško v jednom svojom džbániku.
- Vedkov džbánik je len o dva litre väčší ako Smejkov.
- Sám Kýblik prinesie toľko vody, koľko Spachtoš a Smejko dokopy.
- Keď idú po vodu Vedko a Kýblik, prinesú rovnako vody ako Dudroš, Kýchal a Smejko dokopy.

Koľko vody prinesú Kýchal a Kýblik dohromady? (*M. Petrová*)

2. Na obrázku je štvorec $ABCD$, v ktorom sú umiestnené štyri zhodné rovnoramenné trojuholníky ABE, BCF, CDG a DAH, všetky vyfarbené sivou. Strany štvorca $ABCD$ sú základňami týchto rovnoramenných trojuholníkov. Vieme, že sivé plochy štvorca $ABCD$ majú dokopy rovnaký obsah ako biela plocha štvorca. Ďalej vieme, že $|HF| = 12\,\text{cm}$. Určte dĺžku strany štvorca $ABCD$. (*L. Šimůnek*)



3. Sedem bezprostredne po sebe idúcich celých čísel stálo v rade, zoradené od najmenšieho po najväčšie. Po chvíli sa čísla začali nudiť, a tak sa najskôr vymenilo prvé s posledným. Potom sa druhé najväčšie posunulo úplne na začiatok radu a nakoniec sa najväčšie z čísel postavilo do stredu. Na svoju veľkú spokojnosť sa tak ocitlo vedľa čísla, ktoré bolo presne jeho polovicou. Ktorých sedem čísel mohlo stáť pôvodne v rade? (*S. Bednářová*)

4. Učiteľka Smoliarska pripravovala previerku pre svoju triedu v troch verziách, aby žiaci nemohli odpisovať. V každej verzii zadala tri hrany kvádra v centimetroch a úlohou bolo vypočítať jeho objem. Úlohy si ale dopredu nepreriešila, a tak netušila, že výsledok je vo všetkých troch verziách rovnaký. Do zadaní žiakom napísala tieto dĺžky hrán: 12, 18, 20, 24, 30, 33 a 70. Z deviatich celočíselných dĺžok hrán, ktoré učiteľka Smoliarska zadala, sme vám teda prezradili iba sedem a ani sme vám neprezradili, ktoré dĺžky patria do toho istého zadania. Podarí sa vám napriek tomu určiť zostávajúce dve dĺžky hrán? (*L. Šimůnek*)

5. Jeden vnútorný uhol trojuholníka má 50°. Aký veľký uhol zvierajú osi dvoch zostávajúcich vnútorných uhlov trojuholníka? (*L. Hozová*)

6. Hľadáme šesťciferný číselný kód, o ktorom vieme, že:

- žiadna cifra v ňom nie je viackrát,
- obsahuje aj 0, tá však nie je na predposlednom mieste,
- vo svojom zápise nemá nikdy vedľa seba dve párne ani dve nepárne cifry,
- susedné cifry sa od seba líšia aspoň o 3,
- keď číslo rozdelíme na tri dvojčíslia, tak prvé aj druhé dvojčíslie sú obe násobkom tretieho, teda posledného dvojčíslia.

Určte hľadaný kód. (*M. Volfová*)

2011/2012
61. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2011,*
druhá trojica úloh v pondelok 27. 2. 2012.)

1. Korešpondenčná matematická súťaž prebieha v troch kolách, ktorých náročnosť sa stupňuje. Do druhého kola postupujú len tí riešitelia, ktorí boli úspešní v prvom kole, do tretieho kola postupujú len úspešní riešitelia druhého kola. Víťazom je každý, kto je úspešným riešiteľom posledného, teda tretieho kola. V poslednom ročníku tejto súťaže bolo presne 14 % riešiteľov úspešných v prvom kole, presne 25 % riešiteľov druhého kola postúpilo do tretieho kola a presne 8 % riešiteľov tretieho kola zvíťazilo. Aký je najmenší počet súťažiacich, ktorí sa mohli zúčastniť prvého kola? Koľko by bolo v takomto prípade víťazov? (*M. Petrová*)

2. Je daný rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB dlhou 10 cm a ramenami dlhými 20 cm. Bod S je stred základne AB. Rozdeľte trojuholník ABC štyrmi priamkami prechádzajúcimi bodom S na päť častí s rovnakým obsahom. Zistite, aké dlhé úseky vytnú tieto priamky na ramenách trojuholníka ABC. (*E. Trojáková*)

3. Hľadáme päťciferné číslo s nasledujúcimi vlastnosťami: je to palindróm (t. j. číta sa odzadu rovnako ako odpredu), je deliteľné dvanástimi a vo svojom zápise obsahuje cifru 2 bezprostredne za cifrou 4. Určte všetky možné čísla, ktoré vyhovujú zadaným podmienkam. (*M. Mach*)

4. Na stred hrnčiarskeho kruhu sme položili kocku, ktorá mala na každej svojej stene napísané jedno prirodzené číslo. Tesne predtým, ako sme kruh roztočili, sme z miesta, kde stojíme, videli tri steny kocky a teda len tri čísla. Ich súčet bol 42. Po otočení hrnčiarskeho kruhu o 90° sme z rovnakého miesta videli tri steny s číslami, ktoré mali súčet 34 a po otočení o ďalších 90° sme videli tri čísla so súčtom 53.

1. Určte súčet troch čísel, ktoré z nášho miesta uvidíme, keď sa kruh otočí ešte o ďalších 90°.
2. Kocka celý čas ležala na stene s číslom 6. Určte maximálny možný súčet všetkých šiestich čísel na kocke.

(*L. Šimůnek*)

5. Pankrác, Servác a Bonifác sú traja bratia, ktorí majú P, S a B rokov. Vieme, že P, S a B sú prirodzené čísla menšie ako 16, pre ktoré platí:

$$P = \frac{5}{2}(B - S),$$
$$S = 2(B - P),$$
$$B = 8(S - P).$$

Určte vek všetkých troch bratov. (*L. Hozová*)

6. Janka narysovala obdĺžnik s obvodom 22 cm a dĺžkami strán vyjadrenými v centimetroch celými číslami. Potom obdĺžnik rozdelila bezo zvyšku na tri obdĺžniky, z ktorých jeden mal rozmery 2 cm × 6 cm. Súčet obvodov všetkých troch obdĺžnikov bol o 18 cm väčší ako obvod pôvodného obdĺžnika. Aké rozmery mohol mať pôvodný obdĺžnik? Nájdite všetky riešenia. (*M. Dillingerová*)

2011/2012
61. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 14. 11. 2011,*
druhá trojica úloh v pondelok 12. 12. 2011.)

1. Pokladníčka v galérii predáva návštevníkom vstupenky s číslom podľa toho, koľkí v poradí v ten deň prišli. Prvý návštevník dostane vstupenku s číslom 1, druhý s číslom 2, atď. Počas dňa sa však minul žltý papier, na ktorý sa vstupenky tlačili, preto musela pokladníčka pokračovať tlačením na červený papier. Za celý deň predala rovnako veľa žltých vstupeniek ako červených. Večer zistila, že súčet čísel na žltých vstupenkách bol o 1 681 menší ako súčet čísel na červených vstupenkách. Koľko vstupeniek v ten deň predala? (*M. Mach*)

2. Filoména má mobil s nasledujúcim rozmiestnením tlačidiel:

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

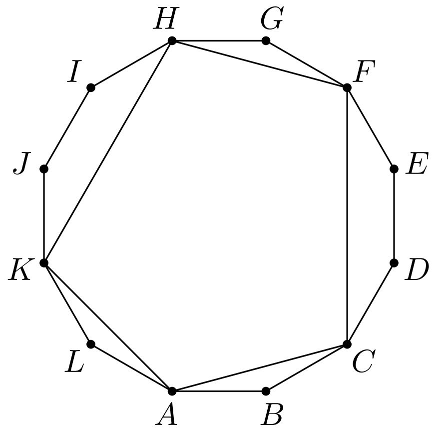
Deväťciferné telefónne číslo jej najlepšej kamarátky Kláry má tieto vlastnosti:

- všetky cifry Klárinho telefónneho čísla sú rôzne,
- prvé štyri cifry sú zoradené podľa veľkosti od najmenšej po najväčšiu a stredy ich tlačidiel tvoria štvorec,
- stredy tlačidiel posledných štyroch cifier takisto tvoria štvorec,
- telefónne číslo je deliteľné tromi aj piatimi.

Koľko rôznych deväťciferných čísel by mohlo byť Kláriným telefónnym číslom? (*K. Pazourek*)

3. Alenka pozorovala veveričky na záhradke, kde rástli tieto tri stromy: smrek, buk a jedľa. Veveričky sedeli pokojne na stromoch, takže ich mohla spočítať – bolo ich 34. Keď preskákalo 7 veveričiek zo smreka na buk, bolo ich na buku rovnako veľa ako na oboch ihličnanoch dokopy. Potom ešte preskákalo 5 veveričiek z jedle na buk, a vtedy bolo na jedli rovnako veľa veveričiek ako na smreku. Na buku ich bolo vtedy dvakrát viac, ako na jedli na úplnom začiatku. Koľko veveričiek pôvodne sedelo na každom strome? (*M. Mach*)

4. V pravidelnom dvanásťuholníku $ABCDEFGHIJKL$ vpísanom do kružnice s polomerom 6 cm určte obvod päťuholníka $ACFHK$. (*K. Pazourek*)



5. Pred vianočným koncertom ponúkali žiaci na predaj 60 výrobkov z hodín výtvarnej výchovy. Cenu si mohol každý zákazník určiť sám a celý výťažok išiel na dobročinné účely. Na začiatku koncertu žiaci spočítali, koľko centov v priemere utŕžili za jeden predaný výrobok, a vyšlo im celé číslo. Keďže ale nepredali všetkých 60 výrobkov, ponúkali ich aj po koncerte. Po koncerte si ľudia kúpili ešte sedem výrobkov, za ktoré dali dokopy 2 505 centov. Tým sa priemerná tržba za jeden predaný výrobok zvýšila na rovných 130 centov. Koľko výrobkov potom ostalo nepredaných? (*L. Šimůnek*)

6. V obdĺžnikovej záhrade rastie broskyňa. Tento strom je od dvoch susedných rohov záhrady vzdialený 5 metrov a 12 metrov a vzdialenosť medzi spomínanými dvoma rohmi je 13 metrov. Ďalej vieme, že broskyňa stojí na uhlopriečke záhrady. Aká veľká môže byť plocha záhrady? (*M. Mach*)