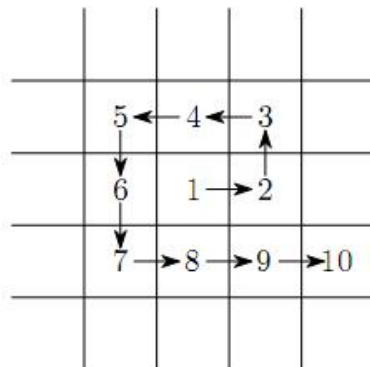


KATEGÓRIA Z5

Z5–I–1

Húsenica Leona spadla doprostred štvorcovej siete. Rozhodla sa, že polezie „do špirály“ tak, ako je naznačené na obrázku; na žiadnom štvorčeku nebude dvakrát a žiaden štvorček nevynechá.



Z prvého štvorčeka na druhý liezla smerom na východ, z druhého na tretí smerom na sever, z tretieho na štvrtý smerom na západ, zo štvrtého na piaty tiež na západ, z piateho na šiesty na juh. . . Ktorým smerom liezla z 81. na 82. štvorček?

(M. Petrová)

Riešenie:

Celú situáciu si môžeme predstaviť tak, že húsenica Leona oblieza štvorce. Budeme sledovať, na ktorom políčku takého štvorca skončí a koľkými štvorčekmi už preliezla. Dôležité je zistiť, ktorý z týchto štvorcov obsahuje 81. štvorček.

1. kolo:

Štvorček s číslom 1 oblezie Leona dokola. Tým prelezie cez 8 štvorčekov a celkovo už bola na 9 štvorčekoch tvoriacich väčší štvorec 3x3. Nachádza sa juhovýchodne od štvorčeka s číslom 1 a lezie ďalej na východ.

2. kolo:

Teraz oblezie dokola štvorec 3x3. To znamená že lezie po okrajových štvorčekoch štvorca 5x5. Celkovo prelezie aj s novými štvorčekmi $5 \cdot 5 = 25$ štvorčekov a opäť bude pokračovať východným smerom.

3. kolo:

Veľký štvorec sa opäť zväčší. Čiže bude sa pohybovať po okrajových políčkach štvorca 7x7. Celkovo prelezie aj s novými štvorčekmi $7 \cdot 7 = 49$ štvorčekov a opäť bude pokračovať východným smerom.

4. kolo:

Veľký štvorec sa opäť zväčší. Čiže bude sa pohybovať po okrajových políčkach štvorca 9x9. Celkovo prelezie aj s novými štvorčekmi $9 \cdot 9 = 81$ štvorčekov. Ďalší jej pohyb z 81. na 82. štvorček by bol východným smerom.

	65	64	63	62	61	60	59	58	57										
	66	37	36	35	34	33	32	31	56										
	67	38	17	16	15	14	13	30	55										
	68	39	18	5	4	3	12	29	54										
	69	40	19	6	1	2	11	28	53										
	70	41	20	7	8	9	10	27	52										
	71	42	21	22	23	24	25	26	51										
	72	43	44	45	46	47	48	49	50										
	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82									

Poznámka: Žiaci môžu riešenie aj len nakresliť.

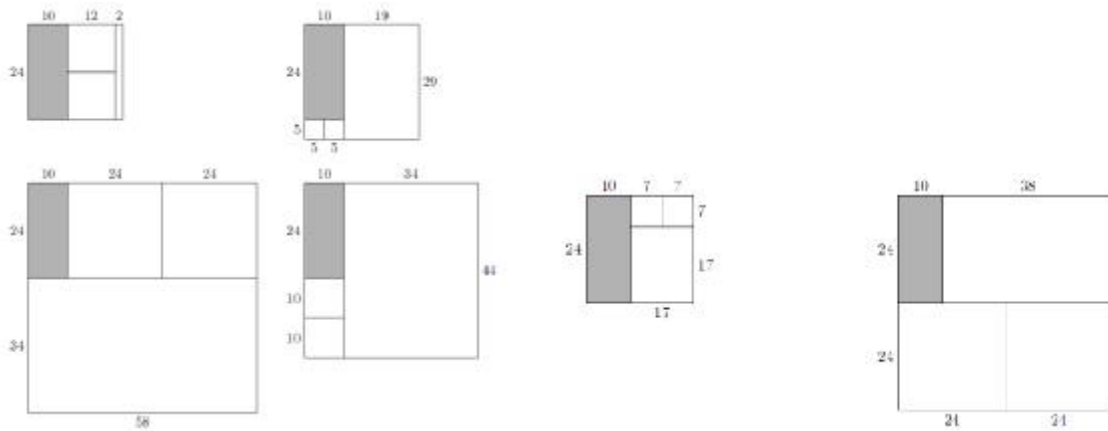
Z5-I-2

Miša si z papiera vystrihla dva rovnaké štvorce, jeden obdĺžnik s rozmermi 10 cm x 24 cm a ešte jeden obdĺžnik. Aké rozmery mohol mať tento obdĺžnik, ak sa zo všetkých štyroch útvarov dal zložiť štvorec bez toho, aby sa jednotlivé diely prekrývali? Takých obdĺžnikov sa dá nájsť niekoľko, uveď aspoň štyri.

(L. Šimůnek)

Riešenie:

Ak chceme pridávať k obdĺžniku dva štvorce, máme viacero možností ich umiestnenia. Podľa toho, kam ich umiestnime, budeme dopočítavať veľkosť druhého obdĺžnika:



Na obrázkoch sú všetky možné riešenia. Rozmery hľadaného obdĺžnika (v cm x cm) mohli byť: 2x24, 19x29, 34x58, 34x44, 14x17 alebo 24x38. Iné rozmery mať nemohol.

Z5-I-3

Vyrieš nasledujúci algebrogram a nájdi všetky riešenia. Rovnaké písmená nahrádzaj rovnakými číslicami, rôzne rôznymi.

$$\begin{array}{r}
 \text{OSEL} \\
 \text{SEL} \\
 \text{EL} \\
 \hline
 \text{L} \\
 \hline
 10034
 \end{array}$$

(M. Volfová)

Riešenie:

Diskusiu začnime od jednotiek. $4L = *4$ ($* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$) to je možné iba pre $L = 1$ alebo $L = 6$. Keby $L = 1$, tak $3E = *3$. To je možné iba pre $E = 1$, ale dve rôzne písmená majú predstavovať dve rôzne čísla. Teda $L = 6$. Potom $3E + 2 = *3$, čiže $3E = *1$. To je možné iba pre $E = 7$. Ďalej $2S + 2 = *0$, čiže $2S = *8$. To je možné, ak $S = 4$ alebo $S = 9$. Ak $S = 4$, tak $O = 9$. Ak $S = 9$, tak $O = 8$.

$$\begin{array}{r} 9476 \\ 476 \\ 76 \\ \hline 10034 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8976 \\ 976 \\ 76 \\ \hline 10034 \end{array}$$

Z5-I-4

Nina dostala od pani učiteľky nasledujúce kartičky:



Má z nich zostaviť príklad pre svojich spolužiakov, pričom každú kartičku použije práve raz. Pomôž Nine a zostav jeden taký príklad tak, aby každé delenie vyšlo bezo zvyšku. Aký bude výsledok?

(M. Petrová)

Riešenie:

Príklad musí začínať kartičkou s číslom 17. Preto nesmie byť na druhom mieste kartička s delením. Môžeme postupne skúšať všetky ostatné možnosti – taká tabuľka by bola veľmi rozsiahla. Tu uvedieme iba všetky možné riešenia.

17	.3	51	-4	47	+1	48	:6	8	:4	2
17	.3	51	-4	47	+1	48	:4	12	:6	2
17	.3	51	+1	52	-4	48	:6	8	:4	2
17	.3	51	+1	52	-4	48	:4	12	:6	2

Z5-I-5

Našich 84 žiakov išlo do kina. Lístok síce stál 2€, ale každý 12. žiak mal polovičnú zľavu a každý 35. vstup zdarma. Koľko stálo vstupné pre všetkých žiakov?

(M. Volfová)

Riešenie:

Keďže $84 : 12 = 7$, malo 7 žiakov polovičnú zľavu, ich lístok stál 1€. Boli to: 12., 24., 36., 48., 60., 72. a 84. lístok. Keďže $84 : 35 = 2$ (zvyšok 14), mali ďalší dvaja žiaci vstup zadarmo. Boli to 35. a 70. lístok. Spolu stály vstupenky: $7 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + (84 - 2 - 7) \cdot 2 = 7 + 75 \cdot 2 = 157$ (€).

Z5-I-6

Chlapci našli starý plán mýnového poľa (obrázok). Čísla sú na políčkach, kde žiadne míny nie sú, a udávajú počet zamínovaných susedných políčk. Urči, koľko je v poli mín spolu a kde sú. (Políčka susedia práve vtedy, keď majú spoločný vrchol alebo stranu.)

1		2		2
	3		3	
3				3
	2			
			2	

(M. Volfová)

Riešenie:

Plán môžeme začať jednoznačne dopĺňať jedine od poľa s číslom 3 v prvom stĺpci alebo od poľa s číslom 2 v pravom hornom rohu. V oboch prípadoch musia byť na všetkých číslom neoznačených susedných poliach míny (označené *):

1		2	*	2
*	3		3	*
3	*			3
*	2			
			2	

Postupne doplňme na miesta mín * a na miesta, kde míny nesmú byť –.

1	–	2	*	2
*	3		3	*
3	*			3
*	2			
			2	

1	–	2	*	2
*	3		3	*
3	*	–		3
*	2	–		
–	–	–	2	

1	–	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	–		3
*	2	–		
–	–	–	2	

1	–	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	–	–	3
*	2	–		
–	–	–	2	

1	–	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	–	–	3
*	2	–	*	*
–	–	–	2	

1	–	2	*	2
*	3	*	3	*
3	*	–	–	3
*	2	–	*	*
–	–	–	2	–

			*	
*		*		*
	*			
*			*	*

Výsledné rozmiestnenie mín je na obrázku: