

2009/2010
59. ročník MO

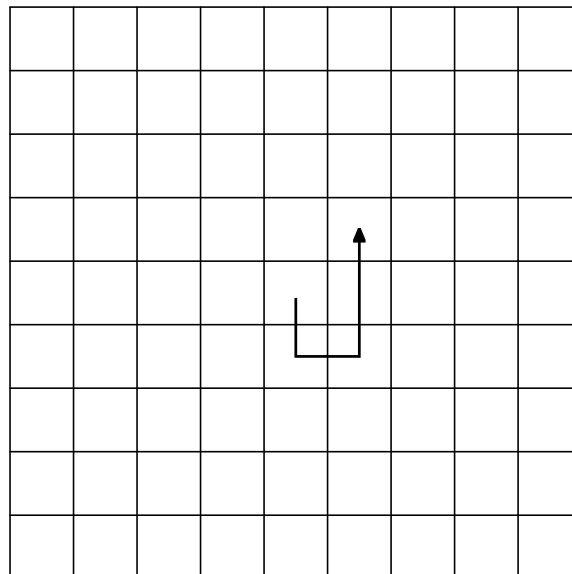
Riešenia úloh obvodného kola kategórie Z5

1. Matúš a jeho kamaráti išli na Štefana koledovať. Okrem jabĺčok, orieškov a perníčkov dostal každý z chlapcov aj pomaranče. Jaro dostal 1 pomaranč, Milan tiež. Po dvoch pomarančoch dostali Rado, Patrik, Michal a Dušan. Matúš dostal dokonca štyri pomaranče, čo bolo najviac zo všetkých chlapcov. Ostatní chlapci dostali po troch pomarančoch. Koľko chlapcov išlo koledovať, keď všetci spolu dostali 23 pomarančov? (M. Volfová)

Riešenie. Chlapci, ktorých mená poznáme, dostali spolu celkom $1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 4 = 14$ pomarančov. Na chlapcov, ktorých mená nepoznáme, ostáva $23 - 14 = 9$ pomarančov. Keďže každý z týchto chlapcov dostal tri pomaranče, muselo ich byť $9 : 3 = 3$. Sedem chlapcov poznáme po mene, ďalších troch chlapcov nie, takže celkom išlo koledovať 10 chlapcov.

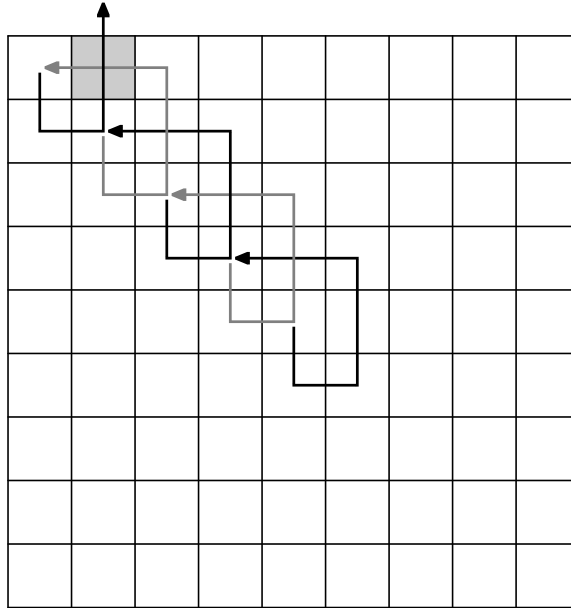
Návrh hodnotenia. 2 body za určenie počtu pomarančov, ktoré dostali chlapci so známymi menami; 1 bod za určenie počtu pomarančov, ktoré dostali chlapci s neznámymi menami; 2 body za určenie počtu chlapcov s neznámymi menami; 1 bod za určenie počtu všetkých chlapcov.

2. Bzdocha Jozefína dopadla na stôl doprostred štvorcovej siete tvorenej 81 štvorcami – viď obr. 1. Rozhodla sa, že zo siete nezlezie na stôl priamo, ale nasledujúcim spôsobom: najprv jeden štvorček na juh, potom jeden na východ, potom dva na sever, dva na západ a opäť jeden na juh, jeden na východ, dva na sever, dva na západ... Na ktorom štvorčeku bola tesne pred tým, než zliezla z tejto siete na stôl? Po koľkých štvorčekoch tejto siete liezla? (M. Petrová)



Obr. 1

Riešenie. Nakreslíme na obr. 2 celú cestu bzdochy Jozefíny po tejto štvorcovej sieti.



Obr. 2

Predtým, ako Jozefína zliezla zo štvorcovej siete, bola na sivo označenom políčku. Celkom liezla po dvadsiatich štvorčekoch tejto siete.

Návrh hodnotenia. 3 body za znázornenie alebo zdôvodnenie správnej cesty Jozefíny po štvorcovej sieti; 1 bod za označenie príslušného políčka na štvorcovej sieti; 2 body za určenie počtu políčok, po ktorých liezla. Ak riešiteľ urobí pri načrtávaní cesty chybu z nepozornosti, dajte celkom 2 body.

3. Jurko má paličky dĺžok 2 cm, 3 cm, 3 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 5 cm, 5 cm, 6 cm, 6 cm a 9 cm. Skladá z nich strany trojuholníkov. Žiadna palička nie je súčasťou strany dvoch alebo viac trojuholníkov. Jurko môže použiť toľko paličiek, koľko chce, ale nesmie ich lámať a každá použitá palička musí ležať celá na obvode trojuholníka. Jurko tvrdí, že sa jeho paličky dajú použiť na poskladanie strán troch trojuholníkov s rovnakými obvodmi. Má pravdu? Aký najväčší obvod by také trojuholníky mali? (M. Dillingerová)

Riešenie. Ak majú mať trojuholníky najväčší možný obvod, potrebujeme použiť čo najviac čo najdlhších paličiek.

Všetky paličky merajú dokopy 51 cm. Keby sme použili všetky, bol by obvod jedného trojuholníka $51 : 3 = 17$ (cm). V jednom z týchto trojuholníkov by musela byť aj palička dlhá 9 cm a na zvyšné dve strany by prislúchalo spolu 8 cm. To by však znamenalo, že súčet dĺžok dvoch strán v trojuholníku by bol menší ako dĺžka tretej strany, takže paličku dĺžky 9 cm nemôžeme pre trojuholník s obvodom 17 cm použiť. Samozrejme ju nemožno použiť ani pre trojuholník s ešte menším obvodom.

Zvyšné paličky majú súčet dĺžok 42 cm, takže na obvod jedného trojuholníka prislúcha 14 cm. To už sa realizovať dá, a to ktoroukoľvek z nasledujúcich možností (všetky veličiny sú v cm):

- 6, 6, 2; 5, 5, 4; 5, 3+3, 3;
- 6, 5, 3; 5, 5, 4; 6, 3+3, 2;
- 6, 5, 3; 5, 5, 4; 6, 3, 3+2;
- 6, 5, 3; 6, 5, 3; 5, 4+2, 3;
- 6, 5, 3; 6, 5, 3; 5, 4, 2+3;

Vo všetkých piatich prípadoch je pri všetkých takto zostavených trojiciach splnená trojuholníková nerovnosť. Takže Jurko má pravdu a najväčšie možné obvody sú 14 cm.

Návrh hodnotenia. 1 bod za výpočet maximálneho obvodu 17 cm; 2 body za vylúčenie paličky dĺžky 9 cm; 1 bod za nájdenie obvodu 14 cm; 1 bod za rozdelenie paličiek k jednotlivým obvodom (stačí jeden spôsob); 1 bod za nejaké overenie trojuholníkovej nerovnosti pri tomto rozdelení. Za experimentálne nájdené jedno riešenie a zistenie obvodov 14 cm bez vysvetlenia, prečo riešiteľ nepoužíva paličku dlhú 9 cm (teda prečo obvod nemôže byť viac ako 14 cm), dajte celkom 3 body.

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín obvodných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.